

## Compito di MDAL

12 gennaio 2016

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

**IMPORTANTE:** Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

**Esercizio 1.** 1) Determinare i valori del parametro intero  $a$  per cui ha soluzione la congruenza

$$2^x \equiv a \pmod{17}.$$

2) Risolvere la congruenza:

$$2^{5x+3} \equiv 8 \pmod{17}.$$

**Esercizio 2.** Sia  $\mathbb{N}_{10000} = \{1, 2, \dots, 10000\}$ .

a) Contare i sottoinsiemi di due elementi di  $\mathbb{N}_{10000}$  tali che la somma degli elementi fa 10000.

b) Contare i sottoinsiemi di due elementi di  $\mathbb{N}_{10000}$  tali che la somma degli elementi è pari.

c) Quanti sono gli elementi  $a \in \mathbb{N}_{10000}$  per i quali si ha  $MCD(7, a) = 1$ ?

**Esercizio 3.** Sia  $V = \text{span}(v_1, v_2, v_3)$ , dove

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Sia  $W$  il sottoinsieme di  $V$  formato da tutti i suoi elementi che hanno le prime due componenti uguali a zero.

1. Qual è la dimensione di  $V$ ?
2. È vero o no che  $W$  è un sottospazio vettoriale?
3. Si calcoli una base di  $W$ .

**Esercizio 4.** Trovare una base di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori della matrice

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$